

無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 4^{n-1}}{5^{n+1}}$  の和を求めるとき (あ) である。

(25 茨城大 後 工 1(1))

(あ)
$\frac{1}{10}$

【解答】

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 4^{n-1}}{5^{n+1}} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{5} \left( \frac{3}{5} \right)^n - \frac{1}{5^2} \left( \frac{4}{5} \right)^{n-1} \right\} \\
 &= \frac{1}{5} \cdot \frac{\frac{3}{5}}{1 - \frac{3}{5}} - \frac{1}{5^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{4}{5}} \\
 &= \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{5^2} \cdot 5 \\
 &= \frac{3 - 2}{10} \\
 &= \frac{1}{10}
 \end{aligned}
 \quad \cdots\cdots \text{(答)}$$

である。