次の極限を求めよ．ただし，対数は自然対数とし，e は自然対数の底とする．

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2(e^{3x}-1)}{\tan x - \sin x} = \boxed{（え）}$$

(25 茨城大 後 工 1(3)(i))

【答】	（え）
	6

【解答】

$$I = \lim_{x \to 0} \frac{x^2(e^{3x}-1)}{\tan x - \sin x}$$

とおく．I は $\dfrac{0}{0}$ の不定形である．

$$\begin{aligned}
I &= \lim_{x \to 0} \frac{x^2 \dfrac{e^{3x}-1}{3x} \cdot 3x}{\dfrac{1-\cos x}{\cos x} \cdot \sin x} \\
&= \lim_{x \to 0} \frac{3x^3 \cdot \dfrac{e^{3x}-1}{3x}}{\dfrac{1-\cos^2 x}{(1+\cos x)\cdot\cos x} \cdot \sin x} \\
&= \lim_{x \to 0} \frac{3(1+\cos x)\cdot\cos x \cdot \dfrac{e^{3x}-1}{3x}}{\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^3} \\
&= \frac{3(1+1)\cdot 1 \cdot 1}{1^3} \\
&= \mathbf{6}
\end{aligned}$$

……(答)

である．