

次の極限を求めよ．ただし，対数は自然対数とし， e は自然対数の底とする．

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \log \left(\frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} \right) = \boxed{\text{(お)}}$$

(25 茨城大 後 工 1(3)(ii))

【答】

(お)
$-\log 2$

【解答】

$$I = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \log \left(\frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} \right)$$

とおく． I は $\frac{-\infty}{\infty}$ の不定形である．

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \log \frac{1}{2^x} \left(1 + \frac{2^x}{3^x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\left(\frac{2}{3} \right)^x}{x} \cdot \frac{\log \left(1 + \left(\frac{2}{3} \right)^x \right)}{\left(\frac{2}{3} \right)^x} - \frac{\log 2^x}{x} \right\} \\ &= 0 \cdot 1 - \log 2 \\ &= -\log 2 \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である．