

関数 $f(x) = \log_3(3x + 1)$ の逆関数を $g(x)$ とする。このとき, $x = 2$ における $g(x)$ の値は $g(2) = \boxed{\text{(か)}}$ であり, 微分係数は $g'(2) = \boxed{\text{(き)}}$ である。

(25 茨城大 後 工 1(4))

	(か)	(き)
【答】	$\frac{8}{3}$	$3\log 3$

【解答】

$$f(x) = \log_3(3x + 1) \quad \left(x > -\frac{1}{3} \right)$$

$y = \log_3(3x + 1)$ を x について解くと

$$3x + 1 = 3^y \quad \therefore \quad x = \frac{3^y - 1}{3}$$

であり, $f(x)$ の逆関数 $g(x)$ は

$$g(x) = \frac{3^x - 1}{3}$$

である。よって

$$g(2) = \frac{9 - 1}{3} = \frac{8}{3} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

である。また

$$g'(x) = \frac{3^x \log 3}{3}$$

であり, 微分係数 $g'(2)$ の値は

$$g'(2) = \frac{9 \log 3}{3} = 3 \log 3 \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

である。