

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2}$$

八

(25 会津大 1(3))

---

【答】	八
	$\frac{1}{2} \log 2$

---

【解答】

区分求積法を用いる。

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\frac{k}{n}}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} \cdot \frac{1}{n} \\
 &= \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx \\
 &= \int_0^1 \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+x^2)'}{1+x^2} dx \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \log(1+x^2) \right]_0^1 \\
 &= \frac{1}{2} \log 2
 \end{aligned}
 \quad \cdots\cdots\text{(答)}$$

である。