

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2}$ を求めると $\boxed{\text{ハ}}$ である.

(25 会津大 1(3))

【答】	ハ
	$\frac{1}{2} \log 2$

【解答】

区分求積法を用いる.

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\frac{k}{n}}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} \cdot \frac{1}{n} \\
 &= \int_0^1 \frac{x}{1 + x^2} dx \\
 &= \int_0^1 \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 + x^2)'}{1 + x^2} dx \\
 &= \frac{1}{2} \left[\log(1 + x^2) \right]_0^1 \\
 &= \frac{1}{2} \log 2
 \end{aligned}$$

.....(答)

である.