

次の定積分を求めよ.

$$\int_1^{e^2} (\log x)^2 dx$$

(25 茨城大 工 1(2)(ii))

【答】 $2e^2 - 2$

【解答】

部分積分法を用いる.

$$\begin{aligned} \int_1^{e^2} (\log x)^2 dx &= \left[x \cdot (\log x)^2 \right]_1^{e^2} - \int_1^{e^2} x \cdot \left(2 \log x \cdot \frac{1}{x} \right) dx \\ &= e^2 \cdot 4 - 2 \int_1^{e^2} \log x dx \\ &= 4e^2 - 2 \left(\left[x \log x \right]_1^{e^2} - \int_1^{e^2} x \cdot \frac{1}{x} dx \right) \\ &= 4e^2 - 2 \left(e^2 \cdot 2 - \left[x \right]_1^{e^2} \right) \\ &= 4e^2 - 2\{2e^2 - (e^2 - 1)\} \\ &= \mathbf{2e^2 - 2} \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.