

次の定積分を求めよ．ただし， e は自然対数の底とする．

$$\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = \boxed{\text{(イ)}}$$

(25 茨城大 後 工 1(2)(i))

【答】

(イ)
$2e(e-1)$

【解答】

$$I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

とおく． $t = \sqrt{x}$ とおくと

$$t^2 = x \quad 2t dt = dx \quad \begin{array}{c|c} x & 1 \rightarrow 4 \\ t & 1 \rightarrow 2 \end{array}$$

であるから

$$I = \int_1^2 \frac{e^t}{t} \cdot 2t dt = 2 \left[e^t \right]_1^2 = 2(e^2 - e) = \mathbf{2e(e-1)} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である．