

はじめに、ハート、ダイヤ、スペードの3つのマーク毎に、ジャック、クイーン、キングの合計9枚のカードを箱の中に入れる。この箱の中のカードを、次の操作で順次更新する。

(操作)

- (a) 箱の中からカードを1枚取り出す。
 (b) (a) で取り出したカードがハートであればそのカードは箱には戻さず、ハートでなければ箱に戻す。
-

この操作で更新を繰り返すゲームを行い、ハートのカード3枚すべてが箱から取り出されたらゲームは終了とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 1回目の操作でハートのカードが出る確率を求めよ。
 (2) 1回目の操作でハートが出て、4回目の操作でゲームが終了する確率を求めよ。

(25 公立小松大 2)

【答】

- (1) $\frac{1}{3}$
 (2) $\frac{15}{784}$
-

【解答】

- (1) 合計9枚のカードが入った箱の中にハートのカードは3枚入っているから、1回目の操作でハートのカードが出る確率は

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (2) 1回目の操作でハートが出て、4回目の操作でゲームが終了するのは

- 1回目、2回目、4回目にハートのカードが出る
- 1回目、3回目、4回目にハートのカードが出る

のいずれかであり、これらは排反である。条件(b)にも注意すると、求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{7} + \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \\ &= \frac{1}{2 \cdot 7^2} + \frac{1}{2^4 \cdot 7} \\ &= \frac{8+7}{2^4 \cdot 7^2} \\ &= \frac{15}{784} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である。