袋Aに3枚，袋Bに2枚，袋Cに3枚のカードが入っている．それぞれのカードには数字が1つ書いてあり，袋A内のカードの数字は1, 2, 3であり，袋B内のカードの数字は2, 3であり，袋C内のカードの数字は3, 4, 5である．

最初に袋Aから1枚のカードを取り出し，数字を調べてから袋Bに入れる．次に，袋Bから1枚のカードを取り出し，数字を調べてから袋Cに入れる．最後に，袋Cから1枚のカードを取り出す．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 上の操作で，袋Bから取り出したカードの数字が3である確率を求めよ． $\boxed{\text{イ}}$

(2) 上の操作で，袋Cから取り出したカードの数字が3である確率を求めよ． $\boxed{\text{ロ}}$

(3) 上の操作で，3つの袋から取り出したカードの数字の合計が6になる確率を求めよ． $\boxed{\text{ハ}}$

(4) 上の操作で，3つの袋から取り出したカードの数字の合計が偶数であっときに，取り出したカードの数字の合計が6になる確率を求めよ． $\boxed{\text{ニ}}$

(25 会津大 3)

【答】

イ	ロ	ハ	ニ
$\frac{4}{9}$	$\frac{13}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{15}$

【解答】

袋A : 1, 2, 3

袋B : 2, 3

袋C : 3, 4, 5

(1) 袋A, Bから取り出したカードの数字がそれぞれ a, b であることを組 $(a,\ b)$ で表すことにする．

袋Bから取り出したカードの数字が3であるのは

(i) (1 または 2, 3)
(ii) (3, 3)

のいずれかである．これらは排反であるから，求める確率は

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\boldsymbol{\frac{4}{9}} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(2) 袋A, B, Cから取り出したカードの数字がそれぞれ a, b, c であることを組 $(a,\ b,\ c)$ で表すことにする．

袋Cから取り出したカードの数字が3であるのは

(i) (1, 1 または 2, 3)
(ii) (2, 2, 3)
(iii) (1 または 2, 3, 3)
(iv) (3, 2, 3)
(v) (3, 3, 3)

のいずれかである．これらは排反であるから，求める確率は

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{4}\\&=\frac{2+2+4+1+4}{36}\\&=\boldsymbol{\frac{13}{36}} \quad \cdots\cdots(\text{答})\end{aligned}$$

である．

(3) 3 つの袋から取り出したカードの数字の合計が 6 になるのは，(2) と同じように組 $(a,\ b,\ c)$ で表すと

(i) $(1,\ 1,\ 4)$
(ii) $(1,\ 2,\ 3)$
(iii) $(2,\ 2,\ 2)$

のいずれかである．これらは排反であるから，求める確率は

$$\begin{aligned}&\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\\ =&\ \frac{1+1+2}{36}\\ =&\ \mathbf{\frac{1}{9}}\end{aligned}$$ ……(答)

である．

(4) 3 つの袋から取り出したカードの数字の合計が偶数であるという事象を A，取り出したカードの数字の合計が 6 になるという事象を B とおくと，求める確率は

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}$$

である．合計が偶数となるのは合計が 6, 8, 10 のいずれかである．

合計が 6 となる確率は (2) で計算済みである．

合計が 8 となる数字の組とそれぞれの確率は

(i) $(1,\ 2,\ 5):\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{36}$
(ii) $(1,\ 3,\ 4):\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{36}$
(iii) $(2,\ 2,\ 4):\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{36}$
(iv) $(2,\ 3,\ 3):\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}=\frac{2}{36}$
(v) $(3,\ 2,\ 3):\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{36}$

であるから，合計が 8 となる確率は

$$\frac{1+1+2+2+1}{36}=\frac{7}{36}$$

である．

合計が 10 となるとなる数字の組とそれぞれの確率は

(i) $(2,\ 3,\ 5):\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{36}$
(ii) $(3,\ 2,\ 5):\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{36}$
(iii) $(3,\ 3,\ 4):\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{36}$

であるから，合計が 10 となる確率は

$$\frac{1+1+2}{36}=\frac{4}{36}\left(=\frac{1}{9}\right)$$

である．

$$P(A)=\frac{4+7+4}{36}=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$$

であり，求める確率 $P_A(B)$ は

$$P_A(B)=\frac{\frac{1}{9}}{\frac{5}{12}}=\mathbf{\frac{4}{15}}$$ ……(答)

である．