

サイコロを4回投げるとき、次の各問に答えよ。

- (1) 1の目も6の目も出る確率を求めよ。
- (2) 4つの出る目  $x_1, x_2, x_3, x_4$  からなるデータの平均値が5となる確率を求めよ。
- (3) 4つの出る目  $x_1, x_2, x_3, x_4$  からなるデータの平均値が5であったとき、そのデータの標準偏差が1より大きくなる条件付き確率を求めよ。

(25 茨城大 教育・地域未来共創 4)

【答】

- (1)  $\frac{151}{648}$
- (2)  $\frac{35}{1296}$
- (3)  $\frac{16}{35}$

【解答】

- (1) サイコロを4回投げるとき、1が出るという事象を  $A$ 、6が出るという事象を  $B$  とおく。  
 $A \cap B$  の余事象の確率は

$$\begin{aligned}
 P(\overline{A \cap B}) &= P(\overline{A \cup B}) \\
 &= P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A \cap B}) \\
 &= \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 - \left(\frac{4}{6}\right)^4 \\
 &= \frac{625 + 625 - 256}{6^4} \\
 &= \frac{994}{6^4} \\
 &= \frac{497}{3 \cdot 6^3}
 \end{aligned}$$

である。よって、求める確率は

$$1 - \frac{497}{3 \cdot 6^3} = \frac{151}{648} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (2) 4つの出る目  $x_1, x_2, x_3, x_4$  の平均値  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}$  が5となるのは

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

となるときである。これを満たす組  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  は

$$\{6, 6, 6, 2\}, \{6, 6, 5, 3\}, \{6, 6, 4, 4\}, \{6, 5, 5, 4\}, \{5, 5, 5, 5\} \quad \dots\dots ①$$

であり、出る目の順序も考慮すると、目の出方は

$$4 + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!2!} + \frac{4!}{2!} + 1 = 4 + 12 + 6 + 12 + 1 = 35 \text{ (通り)} \quad \dots\dots ②$$

ある。求める確率は

$$\frac{35}{6^4} = \frac{35}{1296} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (3) 4つの出る目の平均値が5であるのは、②より35通りあり、これらは同様に確からしい。

$$① \text{ の各組の標準偏差 } \sigma = \sqrt{\sum_{k=1}^4 \frac{(x_k - \bar{x})^2}{4}} \text{ を計算すると}$$

$$\{6, 6, 6, 2\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 1^2 + 1^2 + (-3)^2}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3} > 1$$

$$\{6, 6, 5, 3\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 1^2 + 0^2 + (-2)^2}{4}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}} > 1$$

$$\{6, 6, 4, 4\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$$

$$\{6, 5, 5, 4\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 0^2 + 0^2 + (-1)^2}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} < 1$$

$$\{5, 5, 5, 5\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{0^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2}{4}} = 0 < 1$$

であり、 $\sigma > 1$  となるのは

$$\{6, 6, 6, 2\}, \{6, 6, 5, 3\}$$

のときである。

よって、求める確率は

$$\frac{4 + \frac{4!}{2!}}{35} = \frac{4 + 12}{35} = \frac{16}{35}$$

……(答)

である。