

サイコロを 4 回投げるとき, 次の各間に答えよ.

- (1) 1 の目も 6 の目も出る確率を求めよ.
- (2) 4 つの出る目  $x_1, x_2, x_3, x_4$  からなるデータの平均値が 5 となる確率を求めよ.
- (3) 4 つの出る目  $x_1, x_2, x_3, x_4$  からなるデータの平均値が 5 であったとき, そのデータの標準偏差が 1 より大きくなる条件付き確率を求めよ.

(25 茨城大 教育・地域未来共創 4)

【答】

- (1)  $\frac{151}{648}$
- (2)  $\frac{35}{1296}$
- (3)  $\frac{16}{35}$

【解答】

- (1) サイコロを 4 回投げるとき, 1 が出るという事象を  $A$ , 6 が出るという事象を  $B$  とおく.  
 $A \cap B$  の余事象の確率は

$$\begin{aligned} P(\overline{A \cap B}) &= P(\overline{A} \cup \overline{B}) \\ &= P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B}) \\ &= \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 - \left(\frac{4}{6}\right)^4 \\ &= \frac{625 + 625 - 256}{6^4} \\ &= \frac{994}{6^4} \\ &= \frac{497}{3 \cdot 6^3} \end{aligned}$$

である. よって, 求める確率は

$$1 - \frac{497}{3 \cdot 6^3} = \frac{151}{648} \quad \dots \dots \text{(答)}$$

である.

- (2) 4 つの出る目  $x_1, x_2, x_3, x_4$  の平均値  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}$  が 5 となるのは

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

となるときである. これを満たす組  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  は

$$\{6, 6, 6, 2\}, \{6, 6, 5, 3\}, \{6, 6, 4, 4\}, \{6, 5, 5, 4\}, \{5, 5, 5, 5\} \quad \dots \dots \text{①}$$

であり, 出る目の順序も考慮すると, 目の出方は

$$4 + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{2!2!} + \frac{4!}{2!} + 1 = 4 + 12 + 6 + 12 + 1 = 35 \text{ (通り)} \quad \dots \dots \text{②}$$

ある. 求める確率は

$$\frac{35}{6^4} = \frac{35}{1296} \quad \dots \dots \text{(答)}$$

である.

- (3) 4 つの出る目の平均値が 5 であるのは, ② より 35 通りあり, これらは同様に確からしい.

① の各組の標準偏差  $\sigma = \sqrt{\sum_{k=1}^4 \frac{(x_k - \bar{x})^2}{4}}$  を計算すると

$$\{6, 6, 6, 2\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 1^2 + 1^2 + (-3)^2}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3} > 1$$

$$\{6, 6, 5, 3\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 1^2 + 0^2 + (-2)^2}{4}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}} > 1$$

$$\{6, 6, 4, 4\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-1)^2}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$$

$$\{6, 5, 5, 4\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 0^2 + 0^2 + (-1)^2}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} < 1$$

$$\{5, 5, 5, 5\} \text{ のとき } \sigma = \sqrt{\frac{0^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2}{4}} = 0 < 1$$

であり,  $\sigma > 1$  となるのは

$$\{6, 6, 6, 2\}, \{6, 6, 5, 3\}$$

のときである.

よって, 求める確率は

$$\frac{4 + \frac{4!}{2!}}{35} = \frac{4 + 12}{35} = \frac{16}{35} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.