

サイコロを続けて 3 回投げる。サイコロを投げるたびに、1 か 6 が出たら A を、その他の目が出たら G を選ぶ。それらを選んだ順に左から書いて、A と G からなる長さ 3 の文字列を作る。たとえば、出た目が 3, 6, 1 のとき、得られる文字列は GAA である。

この手順を 2 回行い、1 回目、2 回目に得られる文字列をそれぞれ S, T とする。

(1) S と T がともに AGG となる確率は $\frac{15}{27} \frac{16}{27}$ である。

(2) S に含まれる A の個数がちょうど 1 個のとき、S と T が一致する条件付き確率は $\frac{20}{21} \frac{22}{21}$ である。

(3) S に含まれる A の個数がちょうど 1 個であり、かつ S と T が一致する確率は $\frac{23}{25} \frac{24}{26} \frac{24}{27}$ である。

(4) S と T が一致する確率は $\frac{28}{31} \frac{29}{32} \frac{30}{33}$ である。

(25 青山学院大 全学部 文系 2)

【答】	1516	171819	20	2122	2324	252627	282930	313233
	16	729	4	27	16	243	125	729

【解答】

サイコロを 1 回投げて文字 A が得られる確率は $\frac{1}{3}$ 、文字 G が得られる確率は $\frac{2}{3}$ である。

(1) 1 回の手順で文字列 AGG が得られるのは

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$$

であるから、1 回目、2 回目に得られる文字列 S, T がともに AGG となる確率は

$$\frac{4}{27} \times \frac{4}{27} = \frac{16}{729} \quad \dots\dots\text{(答)}$$

である。

(2) S に含まれる A の個数がちょうど 1 個であるという事象を S_1 、S と T が一致するという事象を M とおくと、求める条件付き確率は

$$P_{S_1}(M) = \frac{P(S_1 \cap M)}{P(S_1)}$$

である。 $S_1 \cap M$ となる文字列は AGG, GAG, GGA の 3 通りがあるから

$$P_{S_1}(M) = \frac{3 \left(\frac{4}{27} \times \frac{4}{27} \right)}{3 \cdot \frac{4}{27}} = \frac{4}{27} \quad \dots\dots\text{(答)}$$

である。

(3) (2) の分子であり

$$P(S_1 \cap M) = 3 \left(\frac{4}{27} \times \frac{4}{27} \right) = \frac{16}{243} \quad \dots\dots\text{(答)}$$

である。

(4) S に含まれる A の個数がちょうど 0, 2, 3 個であるという事象をそれぞれ S_0 , S_2 , S_3 とおくと

$$\begin{aligned}
 P(M) &= P(S_0 \cap M) + P(S_1 \cap M) + P(S_2 \cap M) + P(S_3 \cap M) \\
 &= \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \frac{16}{243} + 3 \left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \right\} \times \left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} \right\} + \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \\
 &= \frac{64}{729} + \frac{16}{243} + \frac{12}{729} + \frac{1}{729} \\
 &= \frac{64 + 48 + 12 + 1}{729} \\
 &= \frac{125}{729} \quad \cdots\cdots(\text{答})
 \end{aligned}$$

である。