

以下の問いに答えよ。

- (1) 1 個のさいころを 4 回投げるとき、出る目の総和が 21 以上になる確率を求めよ。
 (2) 1 個のさいころを 5 回投げるとき、出る目の総和が 10 以上になる確率を求めよ。

(25 千葉大 2)

【答】

- (1) $\frac{35}{1296}$
 (2) $\frac{425}{432}$

【解答】

- (1) 1 個のさいころを 4 回投げるときの目の出方は 6^4 通りあり、これらの起こり方は同様に確からしい。

4 回のさいころの出る目の総和が 21 以上になるのは

- 6 が 4 回出る
- 6 が 3 回, 3 または 4 または 5 が 1 回出る
- 6 が 2 回, 5 が 2 回出る
- 6 が 2 回, 5 が 1 回, 4 が 1 回出る
- 6 が 1 回, 5 が 3 回出る

のいずれかである。これらは互いに排反であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{1 + {}_4C_3 \cdot 3 + {}_4C_2 + {}_4C_2 \cdot 2C_1 + {}_4C_1}{6^4} \\ &= \frac{1 + 12 + 6 + 12 + 4}{6^4} = \frac{35}{6^4} = \frac{35}{1296} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である。

- (2) 1 個のさいころを 5 回投げるときの目の出方は 6^5 通りあり、これらの起こり方は同様に確からしい。

5 回のさいころの出る目の総和が 10 以上になる事象の余事象は、5 回のさいころの出る目の総和が 9 以下になることであり、これが起こるのは

- 1 が 5 回出る
- 1 が 4 回, 2~5 のいずれかが 1 回出る
- 1 が 3 回, 2 が 2 回出る
- 1 が 3 回, 2 が 1 回, 3 または 4 が 1 回出る
- 1 が 3 回, 3 が 2 回出る
- 1 が 2 回, 2 が 3 回出る
- 1 が 2 回, 2 が 2 回, 3 が 1 回出る
- 1 が 1 回, 2 が 4 回出る

のいずれかある。これらは互いに排反であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1 + {}_5C_4 \cdot 4 + {}_5C_3 + {}_5C_3 \cdot 2C_1 \cdot 2 + {}_5C_3 + {}_5C_2 + {}_5C_2 \cdot 3C_2 + {}_5C_1}{6^5} \\ &= 1 - \frac{1 + 20 + 10 + 40 + 10 + 10 + 30 + 5}{6^5} \\ &= 1 - \frac{126}{6^5} = 1 - \frac{7}{6^3 \cdot 2} = \frac{425}{432} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である。