

以下の問い合わせよ.

- (1) 1個のさいころを4回投げるとき、出る目の総和が21以上になる確率を求めよ.
- (2) 1個のさいころを5回投げるとき、出る目の総和が10以上になる確率を求めよ.

(25 千葉大 2)

【答】

- (1) $\frac{35}{1296}$
- (2) $\frac{425}{432}$

【解答】

- (1) 1個のさいころを4回投げるときの目の出方は 6^4 通りあり、これらの起こり方は同様に確からしい。

4回のさいころの出る目の総和が21以上になるのは

- 6が4回出る
- 6が3回、3または4または5が1回出る
- 6が2回、5が2回出る
- 6が2回、5が1回、4が1回出る
- 6が1回、5が3回出る

のいずれかである。これらは互いに排反であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{1 + {}_4C_3 \cdot 3 + {}_4C_2 + {}_4C_2 \cdot {}_2C_1 + {}_4C_1}{6^4} \\ &= \frac{1 + 12 + 6 + 12 + 4}{6^4} = \frac{35}{6^4} = \frac{35}{1296} \end{aligned} \quad \dots\dots\text{(答)}$$

である。

- (2) 1個のさいころを5回投げるときの目の出方は 6^5 通りあり、これらの起こり方は同様に確からしい。

5回のさいころの出る目の総和が10以上になる事象の余事象は、5回のさいころの出る目の総和が9以下になることであり、これが起こるのは

- 1が5回出る
- 1が4回、2~5のいずれかが1回出る
- 1が3回、2が2回出る
- 1が3回、2が1回、3または4が1回出る
- 1が3回、3が2回出る
- 1が2回、2が3回出る
- 1が2回、2が2回、3が1回出る
- 1が1回、2が4回出る

のいずれかある。これらは互いに排反であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1 + {}_5C_4 \cdot 4 + {}_5C_3 + {}_5C_3 \cdot {}_2C_1 \cdot 2 + {}_5C_3 + {}_5C_2 + {}_5C_2 \cdot {}_3C_2 + {}_5C_1}{6^5} \\ &= 1 - \frac{1 + 20 + 10 + 40 + 10 + 10 + 30 + 5}{6^5} \\ &= 1 - \frac{126}{6^5} = 1 - \frac{7}{6^3 \cdot 2} = \frac{425}{432} \end{aligned} \quad \dots\dots\text{(答)}$$

である。