正六角形 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ がある (図 1). 1 個のサイコロを 4 回投げて，出た目を順に i, j, k, l とする.

(a) i, j, k, l がどの 2 つも異なる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ムメ}}}$ である.

(b) i, j, k, l がどの 2 つも異なり，かつ，線分 P_iP_j と線分 P_kP_l が交わる確率は $\dfrac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤユ}}}$ である.

(例えば，線分 P_1P_4 と線分 P_3P_5 は交わる (図 2). 線分 P_1P_2 と線分 P_3P_5 は交わらない (図 2).)

(c) i, j, k, l がどの 2 つも異なり，かつ，線分 P_iP_j と線分 P_kP_l が平行である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラリ}}}$ である.

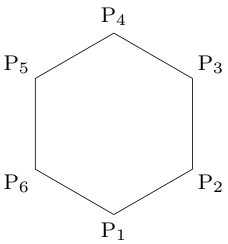


図 1

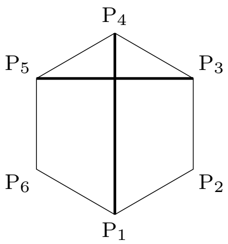


図 2

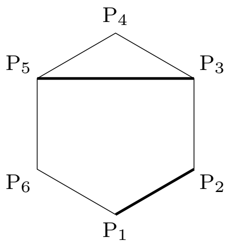


図 3

(25 東京理科大 創域理工学部 1(3))

【答】

ミ	ムメ	モ	ヤユ	ヨ	ラリ
5	18	5	54	2	27

【解答】

(a) 1 個のサイコロを 4 回投げて，出た目を順に i, j, k, l としたとき，組 $(i,\ j,\ k,\ l)$ のとり方は 6^4 通りあり，これらの起こり方は同様に確からしい.

このうち i, j, k, l のどの 2 つも異なるのは $6\cdot5\cdot4\cdot3$ 通りあるから，求める確率は

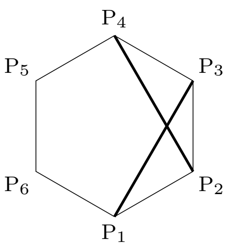
$$\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{6^4}=\mathbf{\frac{5}{18}} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

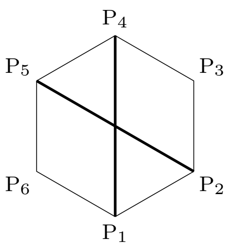
である.

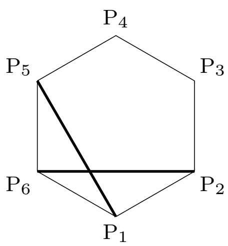
(b) i, j, k, l がどの 2 つも異なり，かつ，線分 P_iP_j と線分 P_kP_l が交わるのは

i のとり方は 6 通り，
その各々に対して j のとり方は j の両隣以外の 3 通りがある.

$i=1$ とすると，j は 3, 4, 5 にいずれかであり，線分 P_kP_l は







$(i,\ j)=(1,\ 3)$ のとき

$(k,\ l)=(2,\ 4),\ (2,\ 5),\ (2,\ 6),\ (4,\ 2),\ (5,\ 2),\ (6,\ 2)$ の 6 通り

$(i,\ j)=(1,\ 4)$ のとき

$(k,\ l)=(2,\ 5),\ (2,\ 6),\ (3,\ 5),\ (3,\ 6),\ (5,\ 2),\ (5,\ 3),\ (6,\ 2),\ (6,\ 3)$ の 8 通り

$(i,\ j)=(1,\ 5)$ のとき

$(k,\ l)=(2,\ 6),\ (3,\ 6),\ (4,\ 6),\ (6,\ 2),\ (6,\ 3),\ (6,\ 4)$ の 6 通り

がある．求める確率は

$$\frac{6(6+8+6)}{6^4}=\mathbf{\frac{5}{54}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(c) $i,\ j,\ k,\ l$ がどの 2 つも異なり，かつ，線分 $\mathrm{P}_i\mathrm{P}_j$ と線分 $\mathrm{P}_k\mathrm{P}_l$ が平行であるのは

i のとり方は 6 通り，

その各々に対して j のとり方は 5 通りがある．

$i=1$ とすると，j は 2, 3, 4, 5, 6 にいずれかであり，線分 $\mathrm{P}_k\mathrm{P}_l$ は

(i) $(i,\ j)=(1,\ 2)$ のとき

$(k,\ l)=(3,\ 6),\ (6,\ 3),\ (4,\ 5),\ (5,\ 4)$ の 4 通り

(ii) $(i,\ j)=(1,\ 3)$ のとき

$(k,\ l)=(4,\ 6),\ (6,\ 4)$ の 2 通り

(iii) $(i,\ j)=(1,\ 4)$ のとき

$(k,\ l)=(2,\ 3),\ (3,\ 2),\ (5,\ 6),\ (6,\ 5)$ の 4 通り

(iv) $(i,\ j)=(1,\ 5)$ のとき

$(k,\ l)=(2,\ 4),\ (4,\ 2)$ の 2 通り

(v) $(i,\ j)=(1,\ 6)$ のとき

$(k,\ l)=(2,\ 5),\ (5,\ 2),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3)$ の 4 通り

がある．求める確率は

$$\frac{6(4+2+4+2+4)}{6^4}=\mathbf{\frac{2}{27}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．