

$12^{77}$  の桁数および最高位の数字を求めよ.

ただし,  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする.

(25 千葉大 1(1))

【答】 桁数は 84, 最高位の数字は 1

【解答】

$12^{77}$  が  $n$  桁であるとする,  $n$  は

$$10^{n-1} \leq 12^{77} < 10^n$$

すなわち

$$n - 1 \leq \log_{10} 12^{77} < n$$

を満たす.

$$\begin{aligned} \log_{10} 12^{77} &= 77 \log_{10} 12 = 77(2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3) \\ &= 77(2 \times 0.3010 + 0.4771) \\ &= 77 \times 1.0791 \\ &= 83.0907 \end{aligned}$$

であるから

$$83 \leq \log_{10} 12^{77} < 84$$

であり,  $12^{77}$  の桁数は **84** である.

……(答)

また, 84 桁の数  $12^{77}$  の最高位の数字を  $a$  とすると,  $a$  は

$$a \times 10^{83} \leq 12^{77} < (a+1) \times 10^{83}$$

すなわち

$$\begin{aligned} 83 + \log_{10} a &\leq 83.0907 < 83 + \log_{10}(a+1) \\ \therefore \log_{10} a &\leq 0.0907 < \log_{10}(a+1) \end{aligned}$$

を満たす.  $\log_{10} 2 = 0.3010$  より

$$\begin{aligned} 0 &< 0.0907 < 0.3010 \\ \therefore \log_{10} 1 &< 0.0907 < \log_{10} 2 \end{aligned}$$

であるから,  $12^{77}$  の最高位の数字は **1** である.

……(答)