

整数 a, b, c は条件

$$2 \leq a < b < c \leq 6$$

を満たすとする。

- (1) 不等式 $a + b > c$ を満たすような (a, b, c) をすべて挙げよ。
- (2) 不等式 $a^2 + b^2 \geq c^2$ を満たすような (a, b, c) をすべて挙げよ。
- (3) (2) で求めた各 (a, b, c) について、頂点 A, B, C と向かい合う辺の長さがそれぞれ a, b, c で与えられる $\triangle ABC$ を考える。このようなすべての $\triangle ABC$ について $\cos \angle ACB$ を求めよ。

(25 北海道大 文 2)

【答】

- (1) $(a, b, c) = (2, 3, 4), (2, 4, 5), (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)$
- (2) $(a, b, c) = (3, 4, 5), (4, 5, 6)$
- (3) $(a, b, c) = (3, 4, 5)$ のとき $\cos \angle ACB$, $(a, b, c) = (4, 5, 6)$ のとき $\cos \angle ACB = \frac{1}{8}$

【解答】

$$2 \leq a < b < c \leq 6 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

- (1) ① を満たす a, b について $a + b$ の値は右表となる。

さらに、 $a + b > c$ を満たす組 (a, b, c) のすべては

$$\begin{aligned} (a, b, c) = & (2, 3, 4), (2, 4, 5), (2, 5, 6), \\ & (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), \\ & (4, 5, 6) \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

の 7 組である。

- (2) ① を満たす a, b について $a^2 + b^2$ の値は右表となる。

さらに、 $a^2 + b^2 \geq c^2$ を満たす組 (a, b, c) のすべては

$$(a, b, c) = (3, 4, 5), (4, 5, 6) \quad \dots\dots(\text{答})$$

の 2 組である。

- (3) $(a, b, c) = (3, 4, 5)$ のとき

$\triangle ABC$ は $\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形であるから

$$\cos \angle ACB = \cos 90^\circ = 0$$

$(a, b, c) = (4, 5, 6)$ のとき

$$\cos \angle ACB = \frac{4^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{8}$$

である。

$a + b$ の表

$a \backslash b$	3	4	5
2	5	6	7
3		7	8
4			9

$a^2 + b^2$ の表

$a \backslash b$	3	4	5
2	13	20	29
3		25	34
4			41

$\dots\dots(\text{答})$

$\dots\dots(\text{答})$