

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の不等式を解け.

(i) $6 \tan \theta + 2\sqrt{3} > 0$

(ii) $\sin \theta > \sqrt{3} \cos \theta - 1$

(25 茨城大 工 3(2))

【答】

(i) $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi, \frac{11}{6}\pi < \theta < 2\pi$

(ii) $\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{3}{2}\pi$

【解答】

(i) $6 \tan \theta + 2\sqrt{3} > 0$

$$\therefore \tan \theta > -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$0 \leq \theta < 2\pi$ に注意すると、解は

$$0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi, \frac{11}{6}\pi < \theta < 2\pi$$

.....(答)

である.

(ii) 合成の公式を用いると

$$\sin \theta > \sqrt{3} \cos \theta - 1$$

$$\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta > -1$$

$$2 \left(\sin \theta \cdot \frac{1}{2} - \cos \theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) > -1$$

$$\sin \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) > -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{\pi}{3} \leq \theta - \frac{\pi}{3} < \frac{5}{3}\pi \text{ に注意すると、解は}$$

$$-\frac{\pi}{6} \leq \theta - \frac{\pi}{3} < \frac{7}{6}\pi$$

$$\therefore \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{3}{2}\pi$$

である.

