

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の不等式を解け。

- (i) $6 \tan \theta + 2\sqrt{3} > 0$
- (ii) $\sin \theta > \sqrt{3} \cos \theta - 1$

(25 茨城大 工 3(2))

【答】

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5}{6}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi, \quad \frac{11}{6}\pi < \theta < 2\pi \\ \text{(ii)} \quad & \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{3}{2}\pi \end{aligned}$$

【解答】

$$\text{(i)} \quad 6 \tan \theta + 2\sqrt{3} > 0$$

$$\therefore \tan \theta > -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$0 \leq \theta < 2\pi$ に注意すると、解は

$$0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5}{6}\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi, \quad \frac{11}{6}\pi < \theta < 2\pi$$

.....(答)

である。

(ii) 合成の公式を用いると

$$\sin \theta > \sqrt{3} \cos \theta - 1$$

$$\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta > -1$$

$$2 \left(\sin \theta \cdot \frac{1}{2} - \cos \theta \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) > -1$$

$$\sin \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) > -\frac{1}{2}$$

$-\frac{\pi}{3} \leq \theta - \frac{\pi}{3} < \frac{5}{3}\pi$ に注意すると、解は

$$-\frac{\pi}{6} \leq \theta - \frac{\pi}{3} < \frac{7}{6}\pi$$

$$\therefore \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{3}{2}\pi$$

