

xy 平面において、点 $(2, 1)$ を中心とし、点 $(6, 4)$ を通る円を C とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 円 C の方程式を求めよ。
- (2) 点 $(6, 4)$ における円 C の接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (3) (2) で求めた接線 ℓ と原点 O との距離を求めよ。

(25 鳥取大 地域・農(生) 2)

【答】

(1) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$

(2) $\ell: 4x + 3y = 36$

(3) $\frac{36}{5}$

【解答】

(1) 中心 $(2, 1)$ と点 $(6, 4)$ の距離は

$$\sqrt{(6-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$$

であるから、点 $(2, 1)$ を中心とし、点 $(6, 4)$ を通る円の方程式は

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5^2 \quad \dots\dots\text{(答)}$$

である。

(2) 円 C 上の点 $(6, 4)$ における接線 ℓ の方程式は

$$(6-2)(x-2) + (4-1)(y-1) = 5^2$$

$$\therefore 4(x-2) + 3(y-1) = 25$$

$$\therefore \ell: 4x + 3y = 36 \quad \dots\dots\text{(答)}$$

である。

● 接線の公式を用いずに解く。

2 点 $(2, 1)$, $(6, 4)$ を通る直線の傾きは $\frac{4-1}{6-2} = \frac{3}{4}$ であるから、接線 ℓ の傾きは $-\frac{4}{3}$ である。よって、接線 ℓ の方程式は

$$y = -\frac{4}{3}(x-6) + 4$$

$$\therefore 3y = -4(x-6) + 12$$

$$\therefore 4x + 3y = 36$$

である。

(3) ℓ と原点 O との距離は

$$\frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 36|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{36}{5} \quad \dots\dots\text{(答)}$$

である。