

次の式で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

$$a_1 = 0, \quad a_{n+1} = -4a_n + 2$$

(26 愛知県大 情報科学 1(6))

【答】 $a_n = \frac{2}{5}\{1 - (-4)^{n-1}\}$

【解答】

$$a_1 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a_{n+1} = -4a_n + 2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

② は次のように変形される.

$$a_{n+1} - \frac{2}{5} = -4 \left(a_n - \frac{2}{5} \right)$$

数列 $\left\{ a_n - \frac{2}{5} \right\}$ は初項 $a_1 - \frac{2}{5} = 0 - \frac{2}{5} = -\frac{2}{5}$ (\because ①), 公比 -4 の等比数列であるから

$$a_n - \frac{2}{5} = -\frac{2}{5}(-4)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = \frac{2}{5}\{1 - (-4)^{n-1}\} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.