

12本のくじの中に当たりくじが4本ある。この12本の中から3本のくじを同時に引くとき、少なくとも2本が当たる確率は エ である。

(26 立教大 文系 2月9日 1(4))

【答】

エ
$\frac{13}{55}$

【解答】

12本の中から3本のくじを同時に引くときの引き方は

$${}_{12}C_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 2 \cdot 11 \cdot 10 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11 \text{ (通り)}$$

あり、これらの起こり方は同様に確からしい。

このうち少なくとも2本が当たるのは

- 当たりを2本はずれを1本引く
- 当たりを3本引く

のいずれかである。求める確率は

$$\frac{{}_4C_2 \cdot {}_8C_1 + {}_4C_3}{2^2 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 8 + 4}{2^2 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{12 + 4}{2^2 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{16}{2^2 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{4}{5 \cdot 11} = \frac{4}{55} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- 余事象は当たりくじ0本または当たりくじ1本のときであるから、求める確率は

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{{}_8C_3 + {}_4C_1 \cdot {}_8C_2}{2^2 \cdot 5 \cdot 11} \\ &= 1 - \frac{\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} + 4 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1}}{2^2 \cdot 5 \cdot 11} = 1 - \frac{8 \cdot 7 \cdot (1 + 2)}{2^2 \cdot 5 \cdot 11} = 1 - \frac{42}{55} = \frac{13}{55} \end{aligned}$$

である。