

1つのサイコロを3回投げて出た目を順に X, Y, Z とし、

$$T = 100X + 10Y + Z$$

とおく.

- (1) T が3の倍数になる確率は $\frac{1}{2}$ である.
- (2) $T = 99X + 11Y + (X - Y + Z)$ であることから、 T が11の倍数になる確率は $\frac{3}{45}$ である.
- (3) $T = 98X + 7Y + (2X + 3Y + Z)$ より、 T が7の倍数になるのは $2X + 3Y + Z$ が7の倍数のときである. $2X + 3Y$ が7の倍数にならない確率が $\frac{6}{7}$ であることから、 T が7の倍数になる確率は $\frac{8}{910}$ とわかる.

(26 青山学院大 全学部 理系 1)

【答】	1	2	3	45	6	7	8	910
	1	3	2	27	5	6	5	36

【解答】

$$T = 100X + 10Y + Z$$

$$(1) \quad T = 99X + 9Y + (X + Y + Z)$$

$$= 3(33X + 3Y) + (X + Y + Z)$$

であることから、 T が3の倍数になるのは $X + Y + Z$ が3の倍数になるときである.

$X + Y + Z$ が3の倍数になるのは

$X + Y$ が3の倍数のとき、 Z は3または6、

$X + Y$ が3で割って1余るとき、 Z は2または5

$X + Y$ が3で割って2余るとき、 Z は1または4

となるときである.

X と Y の目の出方の総数は 6^2 通りあり、 X と Y の目の出方各々に対して、 Z の目の出方はつねに2通りあるから、求める確率は

$$\frac{6^2 \times 2}{6^3} = \frac{1}{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.

$$(2) \quad T = 99X + 11Y + (X - Y + Z)$$

$$= 11(9X + Y) + (X - Y + Z)$$

であることから、 T が11の倍数になるのは $X - Y + Z$ が11の倍数になるときである.

$X - Y + Z$ が 11 の倍数となるのは、 $(X - Y, Z)$ が

$$(-1, 1), (-2, 2), (-3, 3),$$

$$(-4, 4), (-5, 5), (5, 6)$$

のときである。 $X - Y$ の値に対し Z の値はただ 1 通りに決まる。 $X - Y$ の値は右の表よりそれぞれ 5, 4, 3, 2, 1, 1 通りあるから、求める確率は

$$\frac{(5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 1) \cdot 1}{6^3}$$

$$= \frac{16}{6^3} = \frac{2}{27} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

$$(3) \quad T = 98X + 7Y + (2X + 3Y + Z)$$

$$= 7(14X + Y) + (2X + 3Y + Z)$$

であることから、 T が 7 の倍数になるのは $2X + 3Y + Z$ が 7 の倍数になるときである。 $2X + 3Y$ が 7 の倍数にならない確率は

$$\frac{6^2 - 6}{6^2} = \frac{5}{6} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

T が 7 の倍数になるのは、 $2X + 3Y$ が 7 の倍数にならず、かつ $2X + 3Y + Z$ が 7 の倍数になるときである。 $2X + 3Y$ の値に対して Z は 1 通りに決まるから、 T が 7 の倍数になる確率は

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

$X - Y$ の値

$\begin{array}{c c} Y \\ \hline X \end{array}$	1	2	3	4	5	6
1	0	-1	-2	-3	-4	-5
2	1	0	-1	-2	-3	-4
3	2	1	0	-1	-2	-3
4	3	2	1	0	-1	-2
5	4	3	2	1	0	-1
6	5	4	3	2	1	0

$2X + 3Y$ の値

$\begin{array}{c c} Y \\ \hline X \end{array}$	1	2	3	4	5	6
1	5	8	11	⑭	17	20
2	⑦	10	13	16	19	22
3	9	12	15	18	⑳	24
4	11	⑭	17	20	23	26
5	13	16	19	⑳	24	27
6	15	18	㉑	24	27	30