

40 個の値がある. そのうちの 10 個をグループ A とすると, その平均値は 8, 分散は 12 であった. 残りの 30 個をグループ B とすると, その平均値は 12, 分散は 16 であった. このとき, 全体の平均値と分散を求めよ.

(26 青森公立大 1(3))

【答】 平均値 11, 分散 18

【解答】

グループ A の 10 個の値を a_1, a_2, \dots, a_{10} , グループ B の 30 個の値を b_1, b_2, \dots, b_{30} とおく.

グループ A の 10 個の値の平均値は 8, 分散は 12 であるから

$$\begin{cases} \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{10}}{10} = 8 \\ \frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{10}^2}{10} - 8^2 = 12 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 80 & \dots\dots \textcircled{1} \\ a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{10}^2 = 760 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

である. また, グループ B の 30 個の値の平均値は 12, 分散は 16 であるから

$$\begin{cases} \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_{30}}{30} = 12 \\ \frac{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_{30}^2}{30} - 12^2 = 16 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b_1 + b_2 + \dots + b_{30} = 360 & \dots\dots \textcircled{3} \\ b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_{30}^2 = 4800 & \dots\dots \textcircled{4} \end{cases}$$

である.

よって, 全体の平均値は

$$\frac{(a_1 + \dots + a_{10}) + (b_1 + \dots + b_{30})}{40} = \frac{80 + 360}{40} = \mathbf{11} \quad \dots\dots(\text{答})$$

であり, 分散は

$$\begin{aligned} & \frac{(a_1^2 + \dots + a_{10}^2) + (b_1^2 + \dots + b_{30}^2)}{40} - 11^2 \\ &= \frac{760 + 4800}{40} - 121 = \frac{556}{4} - 121 = 139 - 121 = \mathbf{18} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である.