

$3 \log_x 4 = 4 \log_4 x + 1$ を満たす正の実数 x をすべて求めると、 $x = \boxed{\text{ウ}}$ である。
(26 立教大 理系 2月6日 1(2))

【答】

ウ
$\frac{1}{4}, 2\sqrt{2}$

【解答】

$$3 \log_x 4 = 4 \log_4 x + 1 \quad \cdots \cdots (*)$$

(*) が成り立つとき、 $\log_x 4$ の底条件より、 x は

$$x > 0 \text{ かつ } x \neq 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

を満たす。このとき、 $\log_4 x$ の真数条件は成立している。

① のもとで (*) を変形すると

$$\frac{3}{\log_4 x} = 4 \log_4 x + 1$$

$$4(\log_4 x)^2 + \log_4 x - 3 = 0$$

$$(\log_4 x + 1)(4 \log_4 x - 3) = 0$$

$$\log_4 x = -1, \frac{3}{4}$$

$$x = 4^{-1}, 4^{\frac{3}{4}}$$

どちらも ① を満たすから

$$x = \frac{1}{4}, 2\sqrt{2} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である。