

平面上の3点  $O, A, B$  は  $OA = 3, \vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2$  を満たし、同一直線上にないとする。また、直線  $OA$  に関して  $B$  と対称な点を  $C$  とする。 $\vec{OC}$  を  $\vec{OC} = p\vec{OA} + q\vec{OB}$  と表すとき、実数  $p, q$  の値はそれぞれ  $p = \boxed{\text{オ}}$ ,  $q = \boxed{\text{カ}}$  である。

(26 立教大 文系 2月6日 1(5))

【答】	オ	カ
	$\frac{4}{9}$	$-1$

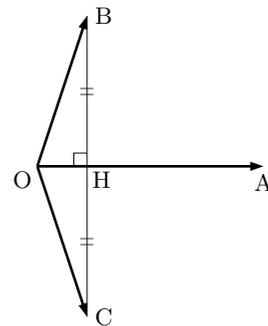
【解答】

$C$  は直線  $OA$  に関して  $B$  と対称な点であるから、直線  $OA$  と線分  $BC$  の交点を  $H$  とおくと

$$\begin{aligned}\vec{OC} &= \vec{OB} + 2\vec{BH} \\ &= \vec{OB} + 2(\vec{OH} - \vec{OB}) \\ &= 2\vec{OH} - \vec{OB}\end{aligned}$$

$\vec{OH}$  は  $\vec{OB}$  の  $\vec{OA}$  への正射影ベクトルであるから

$$\begin{aligned}\vec{OH} &= \frac{|\vec{OB}| \cos \angle AOB}{|\vec{OA}|} \vec{OA} \\ &= \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{|\vec{OA}|^2} \vec{OA} \quad (\because \text{これは正射影ベクトルの公式}) \\ &= \frac{2}{3^2} \vec{OA}\end{aligned}$$



である。よって

$$\vec{OC} = 2 \left( \frac{2}{9} \vec{OA} \right) - \vec{OB} = \frac{4}{9} \vec{OA} - \vec{OB}$$

であり、 $\vec{OC} = p\vec{OA} + q\vec{OB}$  と表すときの実数  $p, q$  の値は

$$p = \frac{4}{9}, \quad q = -1 \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。